

**\*\*尚未公开发表研究成果，如有引用，请注明“佳构 STRAT 软件技术资料”**

## 第三章、基于广义时间函数的 全过程有限元模型

(谢靖中 2003 年)

为了尽可能完整地分析钢-混凝土混合结构的竖向荷载作用下的长期受力性能，本文尝试提出基于广义时间函数的变结构、变荷载的有限元模型。

在工程设计中采用的有限元模型，实际是全结构、全荷载的模型。假定结构已经建造完毕，并达到完全的承载能力。按照结构可靠度理论，采用一定的材料强度和荷载量度，然后再一次性加上全部的荷载。这种计算模型，实际上是取结构受力过程中的某一个时间点进行计算，事实上假定了结构在该计算点之前处于 0 受力状态。

事实上，作用于结构上荷载，及结构本身都是一个随时间变化的过程。在施工的过程中，已经建造的结构开始承担部分荷载，并产生相应的变形。而后续建造的结构，基于已有变形基础上，并不产生由于下部结构受力而产生的次生变形。很显然，在线弹性层次上，采用一次性的计算模型与结构实际受力都是有出入的<sup>[1,2]</sup>。

对于混凝土结构，在建造的同时开始承担荷载，随着建造的继续，荷载逐步增加，首先荷载是一个时间过程。其次对于现浇混凝土，材料强度是在一定的时间范围内的逐步强化的，在不同时间内加载，效果并不相同。再次，混凝土徐变是明显受加载时间(龄期)影响，同样的受力水平，加载时间越早，产生的徐变越大。在建造初期承担的荷载虽然幅度较小，但相应产生的徐变不小；并且由于加载时间长，因此其随时间逐步累积徐变量将是重要的影响因素。

这种需要考虑结构建造及加载的时间过程的现象是普遍的，这里列举几个典型的例子。

- 1、钢材受拉作用的应力松弛现象，与混凝土收缩、徐变的性质相同；
- 2、钢或混凝土迭合构件的受力。在现浇层未浇筑之前，预制混凝土构件或钢梁即已承担荷载并产生变形。现浇层浇筑之后作为一个完整的迭合构件，分析其受力变形必须考虑预制构件及钢梁已有的受力状态。
- 3、加固结构。加固结构受力过程，首先是原有结构的卸载，即卸除部分维护结构和使用荷载。然后经加固形成新的结构，再承担荷载。很明显，加固结构的受力性能需考虑加固前原有结构的受力。
- 4、预应力结构。预应力的施加(预应力索的张拉)是分步实施的，张拉的顺序不同，对结构的受力影响不同。对于相邻的预应力构件，张拉的顺序直接影响预应力的的大小。对于承托上部结构的预应力转换梁，预应力张拉还需随着建造的过程分批张拉，张拉的幅度需与已建造结构的重量相匹配，预应力设计的本身即需要计算建造过程中的结构受力。

- 5、地震作用。地震波很明显是一段时间内的持续作用。在大震作用下，结构进入非线性受力变形状态，构件的受力性能是一个随时间开展的变化量。对于被破坏失去承载能力的构件，还需具备构件退出机制，在计算过程中，结构是可改变的。

从以上一些例子可看出，基于时间的受力过程不但是普遍现象，对于某些结构还必须考虑受力的时间过程。

现有的有限元处理方法，部分地考虑了这种时间变化的。如通过设置单元“死活”，使构件在某些时段参与受力，在某些时段不参与受力，达到变结构的目的。如设置荷载随时间变化曲线，计算在变荷载下的结构静力、动力响应<sup>[3,4]</sup>。

对于一些考虑变结构过程分析的研究<sup>[5-7]</sup>，对全过程分析的方法、收缩徐变的考虑，进行了有益的探索，但未能深入全过程分析的机制，只是针对某些问题采用特定的处理。如将结构改变的过程与不改变的过程区别开来，这在实际处理中很难实现，也不符合结构受力实际情况。

首先，这些方法均为针对某一特定问题的处理方法，不具备通用性。其次，实际工程在建造、受力阶段的情况极为复杂，如通过单元的“死活”很难完全模拟建造及退出工作的工程，针对构件的时间过程，还需考虑与构件并不同步的荷载过程，荷载在作用过程中还有可能变化。

本文在有限元模型中引入时间因素，建立针对单元、荷载、材料等各类计算元素的广义时间函数，并提出完整的概念、机制与方法。本文的目的是为了解决混凝土收缩、徐变的全过程分析，但提出的模型并不局限于这一问题，希望建立能处理大多数特殊工程的新的有限元模型构架。

本文方法已经编成可供实际使用的软件。

### 3.1 广义时间函数

对构件(有限元单元)、荷载、材料等物理元素，及约束、铰接(自由度释放)、质量、弹簧(弹性支座)、关联约束(罚单元)、强制位移等有限元计算元素，建立广义的时间函数。各种元素具有以时间为量度的属性。

时间以经常使用的时间单位度量，如秒(Second)、时(Hour)、天(Day)、月(Month)、年(Year)。各时间单位之间可以转换，1时=3600秒，1天=24时，1月=30.5天，1年=12月(366天)。

设定从小到大的计算时间点，结构计算按时间点进行，由时间作为计算过程的主要控制量。

### 3.2 时间持续与时间变化

计算元素随时间变化的形态是复杂多样的。本文将广义时间函数归纳为两种形态的组合，分别是时间持续函数和时间变化函数。时间持续和时间变化是广义时间函数的两个方面，两者统称为广义时间函数。

1、时间持续函数。时间持续函数指计算元素参与结构的时间段，由一系列包含起点、终点的时间段定义。时间持续函数用  $T_a(t)$  表示。

如某一构件(单元)，建造的时间为  $t_{11}$ ，并在  $t_{12}$  时间退出工作，则定义持续时间为

$$T_a(t)=[t_{11}, t_{12}]$$

更具一般性，可以定义系列的时间段：

$$T_a(t) = \{[t_{11}, t_{12}], [t_{21}, t_{22}], \dots, [t_{n1}, t_{n2}]\}$$

$t_{11}$  和  $t_{12}$  分别称为时间起点、时间终点，从小到大排列，一般均为不小于 0 的实数值。

时间持续的定义可以不是一个封闭的时间段。如一个构件建造结束后，即在全部计算过程中参与作用，可设定时间终点为无穷大。在程序处理时可设时间终点为负值，如  $[t_1, -1]$ 。

一般的、也是特殊的时间持续定义是“全程”，即始终参与结构作用。

2、时间变化函数。时间变化函数指以时间为变量之一的函数，用  $T_v(t)$  表示。如一个按正弦变化的集中荷载  $T_v(t) = P_0 \sin(\omega \cdot t + \omega_0)$ 。不随时间变化的元素为“常量”，如普通集中荷载表示为  $T_v(t) = P_0$ 。

时间变化函数中，时间往往不是唯一变量，同时包含有其它的参数。如计算混凝土徐变、结构弹塑性反应时需包含应力变量。这需要在时间处理机制之外，针对具体问题进行处理。时间变化函数中也有可能不包含显式的时间变量，如弹塑性地震时程作用中的材料特性只与应力有关，但整个过程为时间过程，因此也应是时间的函数。

计算元素的时间定义，根据该元素的特性，同时定义时间持续、时间变化函数，也可以只定义一种类型的时间函数。当一种计算元素需要同时定义时间持续、时间变化函数时，两种时间函数分别独立定义，但相互之间有关联。

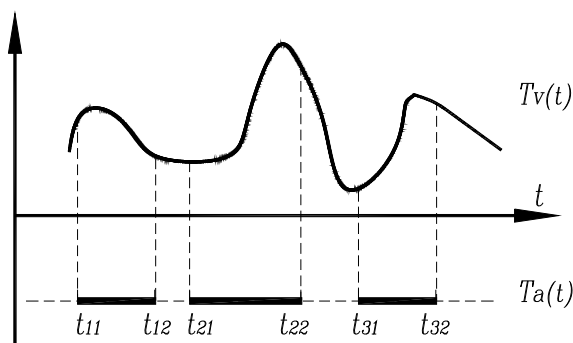


图 3.2  $T_a(t)$  与  $T_v(t)$  关系

其关联性体现在：首先，时间变化函数是时间持续范围内的变化关系；其次，时间变化函数的起点，由持续时间定义中的时间起点确定，或由时间起点一定间隔的时间点确定。

两种类型时间定义的又是相对独立的，当时间持续由多段组成时，在各持续时间段之外，时间变化函数仍保持连续。

时间函数本身也可设置作用时间范围，即在不同的时间段内，时间变化函数的不同。这种函数的时间范围与时间持续的意义不同，是相对于时间变化函数起点的相对值。例如，定义一个时间持续  $T_a(t)=[t_1, t_2]$ ，同时定义时间变化函数：

$$T_v(t) = f_1(t) \quad (t \leq \tau)$$

$$T_v(t) = f_2(t) \quad (t > \tau)$$

时间变化函数的起点  $t_0 = t_1 - \Delta t$ ， $\tau$ 为相对于  $t_0$  的相对值，则相对与时间持续的时间定义，函数的分界点为  $\tau' = t_1 - \Delta t + \tau$ 。

由时间持续、时间变化这两种时间函数的组合，即可以模拟各计算元素的纷繁多样变化形式。

### 3.3 计算元素的时间定义

各计算元素采用时间持续、时间变化的定义有所不同。有些元素同时具有两种时间定义，有些元素只需一种时间定义。下面针对具体的计算元素分别说明。

- 1、单元，即构件，只定义时间持续，相当于单元“死活”设置；
- 2、材料，只定义时间变化。包括给定的描述随时间变化的函数，也可以是混凝土收缩徐变、钢材伸松弛等时间属性，也可以与应力相关的弹塑性等是不显式包含时间变量的属性。
- 3、荷载，同时定义时间持续、时间变化；
- 4、约束，只定义时间持续；
- 5、强制位移，同时定义时间持续、时间变化；
- 6、弹簧(弹性支座)，同时定义时间持续、时间变化；
- 6、附加质量，同时时间持续、时间变化定义；
- 7、附加约束(罚单元)，只定义时间持续；
- 8、梁柱截面几何参数。普通截面不进行时间定义。对于型钢混凝土、钢管混凝土、迭合梁等由多个几何截面拼接而成的复合截面，可分别定义几个分截面的时间持续函数。
- 9、柱刚臂、铰接(部分自由度释放)、偏心等特殊属性，只定义时间持续函数。

### 3.4 检测空节点、空自由度

前面计算元素的时间定义中，未涉及到节点这个重要的计算元素。正是节点将单元连接

成整体结构，节点是有限元计算的基础。

但节点是个纯粹的有限元概念，不是一个实体意义上的物体，因此对节点定义时间函数没有的意义。从有限元处理上看，对节点的时间定义，应与对应的单元相匹配，这给数据准备带来极大的麻烦。

可以认为节点附着于单元(包括罚单元)，由单元确定节点的时间持续关系。当与节点相连的单元中，当所有单元均不在时间持续范围之内，则节点不存在。只要有一个单元在时间持续范围内，则节点存在。

这样可以通过检测单元，判断在计算时间点上某一点是否存在。如节点不存在，则为空节点，自动加上约束删除。这种处理过程对于程序而言是较为容易处理的。

除检测空节点外，还需检测空自由度。每个节点，均包含有多个自由度(即位移分量、力分量，一般为6个自由度)。每个自由度均参与整体方程的求解。如节点上有单元相连，但单元在该节点不具备全部自由度，则存在部分自由度为空的情况，同样也不能进行有效地计算。在基于时间的过程计算中，各种计算元素均可能随时间变化，节点自由度往往不能预先设定的，因此除检测空节点外，还需检测空自由度。

检测空节点、空自由度技术是变结构全过程计算的关键，是计算顺利进行的必要条件。

### 3.5 主体与属性

各类有限元各计算元素并不是相互独立，其中一些元素依附于另外的元素。例如单元(构件)和作用于单元上的荷载，单元为主体，荷载为单元的属性。作用于节点上的约束和弹簧，节点为主体，约束和弹簧为节点的属性。在时间层次上统一的有限元模型中，需区分这种主次关系。

对于时间持续函数，主体的定义是第一位的，属性的定义从属于主体的定义。

- 1、当主体位于持续时间段之外时，主体的属性也不参与作用。
- 2、当主体位于持续时间段之内时，属性由其自身的时间持续函数确定。
- 3、当属性本身无时间函数时(即时间持续为全程量，时间变化为常量)，属性采用主体的持续时间函数。

对于时间变化函数，一般而言主体与属性不会同时定义时间变化函数，并且主体很少有定义时间变化函数。

- 1、属性自身有时间持续函数时，且在主体的持续时间函数范围之内时，属性的时间变化函数与自身的时间持续定义对应。
- 2、当属性自身没有持续时间定义，或持续时间定义为常量，则采用主体的持续时间定义。

单元是主要的主体元素，材料、几何截面、单元上作用的荷载等均为单元的属性。材料

本身没有时间持续定义，直接采用单元的时间持续定义确定材料时间变化函数的起点。对于复合截面，本身有时间持续定义，但其定义应与对应单元的时间持续一致，且只有单元位于其持续时间段之内时，复合截面的时间定义才有效。单元荷载同时有时间持续、时间变化定义，当荷载的持续时间为全程时，采用单元的时间持续定义。在单元的持续时间段之内，由荷载本身的时间持续定义确定荷载的加载、卸载，并根据在本身的时间持续定义基础上，决定时间函数的值。

节点也是一个主体元素。(虽然节点没有明确时间定义，但其时间定义由单元及其属性间接确定，因此节点也有持续时间)。作用于节点上的节点荷载、节点弹簧、节点强制位移、节点质量等均为节点的属性。这些属性同样受节点持续时间的限制。当一个节点是空节点，不参与结构计算，则施加在该节点的荷载、弹簧等将被忽略。

明确主体与属性的概念，才可以确定各层次时间定义相互之间的关系。

### 3.6 时间段与时间点，增量与全量

基于时间函数的有限元模型的计算针对某一时间点进行，既可以沿设置的计算时间点顺序计算，也可以在某一点多次计算。而计算元素是在一段时间内持续，这需要处理时间点与时间段的关系。

从一个时间点到向下一时间点的过程，对应于增量计算。此时时间改变，两个时间点之间为时间段。对于有持续时间的变量，取当前时间点所对应的值；对于瞬时改变的因素，取时间段内的值。例如，当前计算点为  $t_1$ ，前一时间点为  $t_0$ 。对于有时间变化函数定义的荷载，是有持续时间的，取  $t_1$  时间点的值进行计算。对于荷载的加载、卸载等过程，是瞬时发生的，发生的时间点介于时间段  $[t_0, t_1]$  之内的，在  $t_1$  时间点处理。

在一个时间点进行多次计算，对应于全量计算。此时时间的数值不改变，各类计算元素中，仅与时间相关的量也不改变，改变的是不与时间相关的量，或与时间相关量中的非时间因素。例如在几何非线性计算中，分级加载是荷载时间变化函数在不同计算点变化过程，是增量计算。在某一级荷载下的迭代逼近计算，是在一个时间点的计算，是全量计算。这时荷载不改变，但节点位移、单元的位形改变。如在计算几何非线性的同时考虑材料的弹塑性变形，在某一时间点的多次计算的过程中，应力改变，以应力作为变量之一的材料性质也同时改变。

这里所说的增量计算和全量计算，是指针对时间变量而言，与一般意义上的增量法、全量法不同。

一般意义上的增量法、全量法主要针对加荷载、加位移的过程。其实这两种方法在结构能量累积、释放、转移的层次上是一致的，在后面将专门讲述。在基于广义时间函数的有限元模型中，增量法、全量法是统一的，相互之间可以即时转换。

### 3.7 整体受力与局部受力

通过下面的例子进行说明。图 3.7 为一超静定结构，水平梁上作用均布竖向荷载。在矩阵位移法计算中，首先假定梁两端嵌固约束，梁上荷载作用产生的梁内力如图 3.7(b)所示。释放掉梁端假定的嵌固约束，则梁端部的弯矩、剪力作为荷载作用与节点上，通过整体计算，节点力产生的结构受力如图 3.7(c)所示。

图 3.7(b)中的受力这里称为局部受力，图 3.7(c)中受力这里称为整体受力。局部受力、整体受力叠加的结果是结构的实际受力。

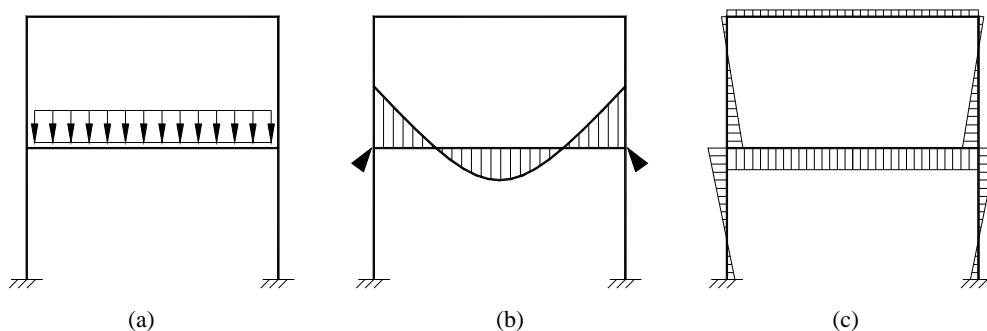


图 3.7 整体受力与局部受力

在基于广义时间函数的有限元模型中，有必要区分整体受力和局部受力，在一些处理过程中这两种力需区别处理。

### 3.8 能量的累积、保持、释放与转移

结构的局部受力、整体受力均产生相应变形，并累积变形能量。在非线性的作用过程中，累积的能量还往往由两者综合形成。

局部受力、整体受力产生的能量均可以被释放。如上面图 3.7 所示结构，当梁上荷载处于持续时间之外时，荷载卸除，相当于添加一个反向荷载。对于线弹性变形，这时梁的局部受力、结构的整体受力所产生的变形能量均被全部释放；对于非线性变形，根据非线性的特点，能量全部或部分释放。

结构、构件中累积的能量能够保持。在基于广义时间函数的有限元模型中，除非发生释放或转移过程，否则能量随着时间的发展不被改变。这种能量的保持体现在，在一个时间的构件的内力、节点变形、构件本身的变形继承上一时间点的结果。无论增量计算、全量计算，

这种能量的累积、保持、释放的过程是相同的，因此说在能量层次上是一致的。

结构中能量还会被转移。在能量的转移层次上，整体受力、局部受力有区别，整体受力产生的能量能够转移，而局部受力产生的能量不能被转移。如上面图 3.7 所示结构，如随着时间的发展水平梁的弹性模量逐步降低，则已有的变形能量将会被部分释放，这种被释放的能量并没有消失，而是在超静定结构内部转移到其它的构件中。很明显，这种能量的转移是针对图 3.7(c)所示的整体受力，能量转移的结果是使整体变形产生的内力减小。而图 3.7(b)的局部受力并不随梁的刚度降低而降低。

能量的转移是指在没有外部作用的情况下，由于结构内部的属性改变，而产生的能量在结构内部不同部位、不同构件之间的转移。能量转移只能在超静定结构中产生，静定结构中的能量不能在不同构件之间转移。当被释放的能量不能有效的转移时，则结构整体或局部便有可能被破坏，或不能成为有效承载的结构。

这种由于材料弹性模量的改变而发生的能量转移非常普遍，在各种材料非线性的问题(包括混凝土收缩徐变)均需处理这种能量的转移。可通过下面的卸载的方法实现。

当材料的弹性模量降低时，认为构件当前的变形不改变，这样构件保持的内力将会减小。减小部分的内力，转化为作用于构件端部节点的节点力，通过下一次的结构整体计算，将该构件释放的内力转移到结构中的其他构件上。一般地，内力释放可通过如下式实现：

$$\{\Delta F\} = (I - [K_2][K_1]^{-1})\{F_1\} \quad (3.1)$$

$\{F_1\}$ 是  $t_1$ 时刻的单元节点力， $\{K_1\}$ 是  $t_1$ 时刻的单元刚度， $\{K_2\}$ 是  $t_2$ 时刻的被改变的单元刚度。该式对材料非线性、几何非线性的时间增量过程均适用。

**一般意义上的增量法**，通过分级加载方式，由前几次加载的累积的受力判断下一次计算的弹性模量等材料的力学性能，模拟结构非线性过程。这种处理方式，实际上只是一种近似逼近的计算方法。对与钢材等理想弹塑性、刚塑性等刚度不下降的材料能较好地模拟。对于混凝土刚度退化、开裂的情况，便不能有效地处理，因为在刚度降低的情况，以前加载产生的内力，还会产生内力的重分布，即能量释放和转移。对于混凝土收缩、徐变等粘弹性蠕变性能的模拟，这种分级加载便根本不能模拟，因为变形与加载时间直接相关，人为分级加载本身便不对。同时构件保持的内力，由于蠕变的存在，随时间的发展一直持续能量释放、转移的过程。

时间模型中注重结构变形能量的释放、转移处理，不但能有效地处理粘弹性蠕变、材料非线性问题，对于几何非线性问题，只要结构位形不发生大的突变，也能够有效处理。对于结构位形发生突变的屈曲问题，考虑构件位形改变刚度下降产生的能量释放、转移的同时，辅以加载的时间变化和时间持续定义(这正是时间模型的出发点)，也可以得到很好地解决。

### 3.9 激活、活动、灭活、不活动

激活、活动、灭活、不活动是各计算元素参与结构作用的四种状态，是基于时间模型的



各计算元素参与结构整体作用的机制，是时间模型的基础。前面讲述的一些概念，很多是对这四种状态的铺垫。

### 1、激活

激活是指计算元素开始参与结构计算。可以是第一次参与，或经历一段时间的不活动状态后再次参与计算。激活是一个瞬时的过程，由该元素的时间持续定义的时间起点确定。例如，一个单元的持续时间为 $[t_1, t_2]$ ，计算过程按时间点 $T_1, T_2, \dots, T_{k-1}, T_k, \dots$ 进行，当 $t_1$ 介于计算时间点 $(T_{k-1}, T_k)$ 之间、或 $t_1 = T_k$ 时，则该单元在计算时间点 $T_k$ 被激活，即开始参与计算。

对于同时有时间变化定义的元素，激活时的值是时间变化函数在当前计算时间点的值。如荷载的时间变化函数为 $P(t) = P_0 \cdot f(t)$ ，则计算点 $T_k$ 时的荷载值为 $P_0 \cdot f(T_k)$ 。

### 2、活动

活动指计算元素激活之后到灭活之前的状态，这时计算元素位于持续时间段之内。处于活动状态的计算元素参与结构计算。

处于活动状态的计算元素不是一个常量，也随时间改变而变化。

对于外加的计算元素，如荷载、节点弹簧、节点强制位移，处于活动状态的数值为当前点与前一点的差值。如荷载在计算 $T_k$ 处于活动状态，则在 $T_k$ 点实际添加的荷载为 $P_{Tk} = P_0[f(T_k) - f(T_{k-1})]$ 。如 $f(T_{k-1}) > f(T_k)$ ，实际上便是部分卸载的过程；如 $f(T_{k-1}) = f(T_k)$ ，或荷载是常量，则在 $T_k$ 点实际不加载。

对于处于活动状态的单元，当由于材料模量改变，或构件位形改变，而导致单元刚度增强或减弱，则需要如前面 3.8 节讲述的方法，通过将内力转化为节点荷载方式，实现整体受力产生的能量的转移。

### 3、灭活

灭活指计算元素由参与计算转化为不参与计算，是计算元素退出计算的过程。灭活是激活的逆过程。

灭活类似于激活是一个瞬时的过程，由该元素的时间持续定义的时间终点 $t_2$ 判断处理灭活的计算时间点。例如，一个单元的持续时间为 $[t_1, t_2]$ ，当 $t_2$ 介于计算时间点 $(T_{k-1}, T_k)$ 之间、或 $t_2 = T_k$ 时，则该单元在计算时间点 $T_k$ 被灭活，退出结构计算。

对于外加的计算元素，如荷载、节点弹簧、节点强制位移，灭活是一个**卸载**的过程，相当于施加一个反向的作用，时间变化函数的取值按前一计算点判断。如荷载在计算 $T_k$ 灭活，则在 $T_k$ 点添加一个反向的荷载 $P_{Tk} = -P_0 \cdot f(T_{k-1})$ 。

对于单元，灭活的处理是释放掉全部的整体受力。如前面 3.8 节所述，将单元整体变形产生的节点力作为节点荷载重新加到结构上，同时将单元的整体受力设为 0。如结构整体在该单元退出计算后仍能有效承载，则该单元的整体受力能量转移到其他构件上。反过来，如不能

实现能量的转移，则说明**结构整体或局部已经失效**。

灭活之后的单元上仍保持单元的局部受力，如图 3.7(b)所示，当构件再次被激活，单元上保持的局部受力仍将参与下一持续时间段的计算。实际上，如人为地将一个构件从结构中拆除，一般先进行完全卸载，因此灭活单元局部受力已经为 0。如构件是在受力过程中因破坏而灭活，则，也不会有再次被激活而参与计算的可能。

当单元在计算时间点  $T_k$  灭活，在  $T_k$  点只处理单元内力的卸载，单元已经不参与  $T_k$  时间点的计算。

#### 4、不活动

不活动处于持续时间段之外的状态，计算元素还没有经历过激活、活动状态，或者激活后再经历灭活。处于不活动状态的计算元素不参与结构计算。

当存在不活动状态的单元时，通过空节点检测、空自由度检测，将多余的节点、自由度删除，保障计算顺利进行。

处于不活动状态的计算元素，包括单元、荷载及其它参数，其状态仍按时间变化函数而改变。如果已经参与过计算(经历过激活、活动状态)，经灭活卸载、转移能量后，仍残留的受力及变形，仍将保持。当再次被激活时，在已有的受力状态基础上参与下一持续时间段的计算。

### 3.10 静态响应与动态响应

一个荷载或其它效应作用于结构，或从结构上卸除，这本身是一个动态的过程，结构产生动态响应是必然的。但对于大多数荷载，如重力荷载，这种动力的影响很小，或不需要考虑动力响应，则可以仅计算结构的静态响应。

在基于广义时间函数有限元模型中，基于时间变化函数的一些计算元素，本身既可以认为是静态量，也可以认为是动态量。在有限元计算总体流程和模式上，结构的动态响应、静态响应是基本一致的，可以用同一种方式处理。

在程序处理上，设置动态、静态响应开关。需要计算动力响应时，根据选定的动力响应计算方法，对刚度矩阵、荷载向量矩阵进行修正，然后仍按静力方法处理。在动态响应中，计算元素的激活、活动、灭活、不活动等状态的处理方式相同，整体受力、局部受力及相关的能量保持、转移方式相同。与静态响应不同的是，动态响应需另外纪录结构的加速度、速度等过程变量，同时也需要设定这些变量在初次激活时的初始值。

### 3.11 多荷载状态与定点计算

在用于工程设计的结构计算中, 还有一些不需要考虑时间过程的荷载作用, 需作为一次性作用加到结构上。

典型的如风荷载和地震反应谱作用。风作用本身是一个时间过程, 但在工程设计中, 往往在统计和动力响应等效的基础上, 将这种时间过程等效成静力荷载, 一次性加载到结构上。地震作用也是一个时间过程, 但在结构设计中实际采用的地震反应谱方法, 从单自由度结构的位移反应谱出发, 将多自由度结构的响应分解成各振型的响应, 再将各振型反应组合, 形成多自由度结构的最大反应。这两种计算方法均是等效方法, 但都是在实际结构设计中被广泛使用的计算方法。在基于广义时间函数的有限元模型中, 需要能够处理这种特殊的作用。例如, 在时间模型层次上考虑竖向荷载作用下变结构、变荷载的时间效应, 计算出结构的竖向荷载下受力, 但将这种计算结果用于结构设计时, 还必须叠加上风和地震的作用。

为解决这种特殊状态的荷载作用, 在基于广义时间函数的有限元模型中引入多荷载状态与定点计算的概念和机制。

多荷载状态指将结构受力进行分类, 分别记录各类荷载在时间过程中力、位移参数。如将竖向荷载分成恒荷载、活荷载, 在各计算时间点计算内力和位移时, 各类荷载分别进行计算, 并记录计算结果。在一些需要综合各种受力的时候, 如计算某一点应力判断材料非线性变化时, 将各工况的应力代数叠加, 或按一定概率方式进行组合。

定点计算指在某一指定的计算时间点, 对该计算时间点的结构, 施加某种荷载, 进行全加载的非时间过程计算。例如, 在考虑竖向荷载作用的时间效应时, 在结构已经建造完毕的时间  $T_k$  点定点计算风荷载, 则按  $T_k$  点的结构, 一次性加上全部风荷载, 计算风荷载作用下的结构位移和内力, 同时将风荷载的结果单独作为一个工况, 与竖向恒载、活载互不干扰。在  $T_k$  点计算完风荷载后, 在继续进行下一时间点  $T_{k+1}$  的竖向荷载时间效应计算。

定点计算类似与前面第 3.6 条的时间点多次计算。但时间点多次计算仍为时间过程, 需考虑时间过程的各种内力、位移的变化。定点计算是非时间过程计算, 定点计算是针对另外的荷载工况的计算。

在工程设计中, 需要计算结构在多种荷载作用下的受力, 并将各种工况下计算的结果按一定的方式组合, 根据组合内力进行结构设计。引入多荷载状态与定点计算的机制, 符合这种工程设计的要 求, 使基于时间的模型的计算结果能直接用于工程设计。

### 3.12 本章总结

本章提出了基于广义时间函数的有限元模型的概念, 并系统地论述了这种模型的概念、机制与处理方法。

首先将纷繁复杂的时间变化过程, 归纳为时间持续、时间变化这两种形态。通过区分主体与属性明确各层次时间函数相互之间的关系。通过能量的累积、保持、释放与转移, 形成时间模型的机制。通过定义激活、活动、灭活、不活动等状态, 形成时间模型的具体处理方

法。

本文提出基于广义时间函数的全过程有限元模型，将多种复杂的、特殊结构的受力状态及计算要求，在时间概念上统一，纳入到同一体系中。一方面使有限元软件开发的模式统一化，另一方面使在同一计算中同时考虑不同类型受力成为可能。

本章不但详细阐述了有关概念，还提出了可供实际操作的处理方法，使这种模型达到实用的要求。提出多荷载状态和定点计算的机制，使特殊要求的计算与常规计算相兼顾，使各种特殊计算的结果能直接用于工程设计。

需要指出的是，本章讲述的有限元计算的总体运行模式和机制，对于具体的问题，还需要开发满足计算要求的单元进行计算。如需要计算结构的弹塑性地震时程反应，可以按本文方法按时间施加地震波，处理由于单元刚度下降产生的卸载，处理单元破坏的退出问题，但需要开发体现构件塑性变形的梁柱单元或墙板单元。